

DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

Uređeni par elemenata , $a \in A$, $b \in B$ označen sa (a, b) , je par elemenata u kome je bitan njihov poredak; tačno se zna koji je prvi, a koji je drugi element para. Za elemente a i b kaže se da su redom **prva i druga komponenta uređenog para** .

Uređeni parovi (a, b) i (c, d) su **jednaki** ako i samo ako su im jednake prve komponente ($a = c$) i jednake druge komponente ($b = d$) , tj.

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow (a = c \wedge b = d)$$

DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

Dekartov (direktni) proizvod skupova A i B , u tom poretku, označen sa $A \times B$, je skup koji se sastoji od svih uređenih parova (a, b) sa komponentama $a \in A$ i $b \in B$, tj.

$$A \times B = \left\{ (a, b) \mid a \in A \wedge b \in B \right\}$$

Dekartov proizvod skupa A sa samim sobom označava se sa $A \times A = A^2$ i naziva se **Dekartovim kvadratom skupa**.

DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

Primer. Dekartov proizvod skupova $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{a, b\}$ je skup

$$A \times B = \{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$$

Primer. Dekartov kvadrat skupa $W = \{s, t\}$ je skup

$$W^2 = \{ (s, s), (s, t), (t, s), (t, t) \}$$

DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

Primer. $A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$

$$A \times B = \{ (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3) \}$$

$$B \times A = \{ (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2) \}$$

$$A \times B \neq B \times A$$

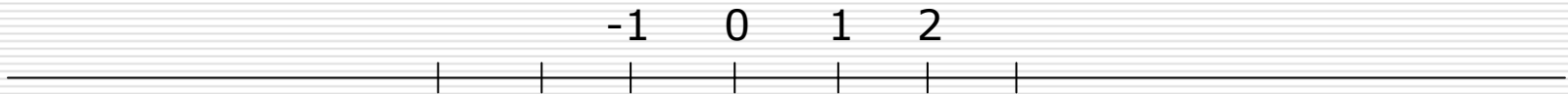
$$(2, 3) \in A \times B$$

$$(2, 3) \notin B \times A$$

Dekartov proizvod nije komutativna operacija.

REALNA PRAVA

R - skup realnih brojeva - realna prava



N - skup prirodnih brojeva

Z - skup celih brojeva

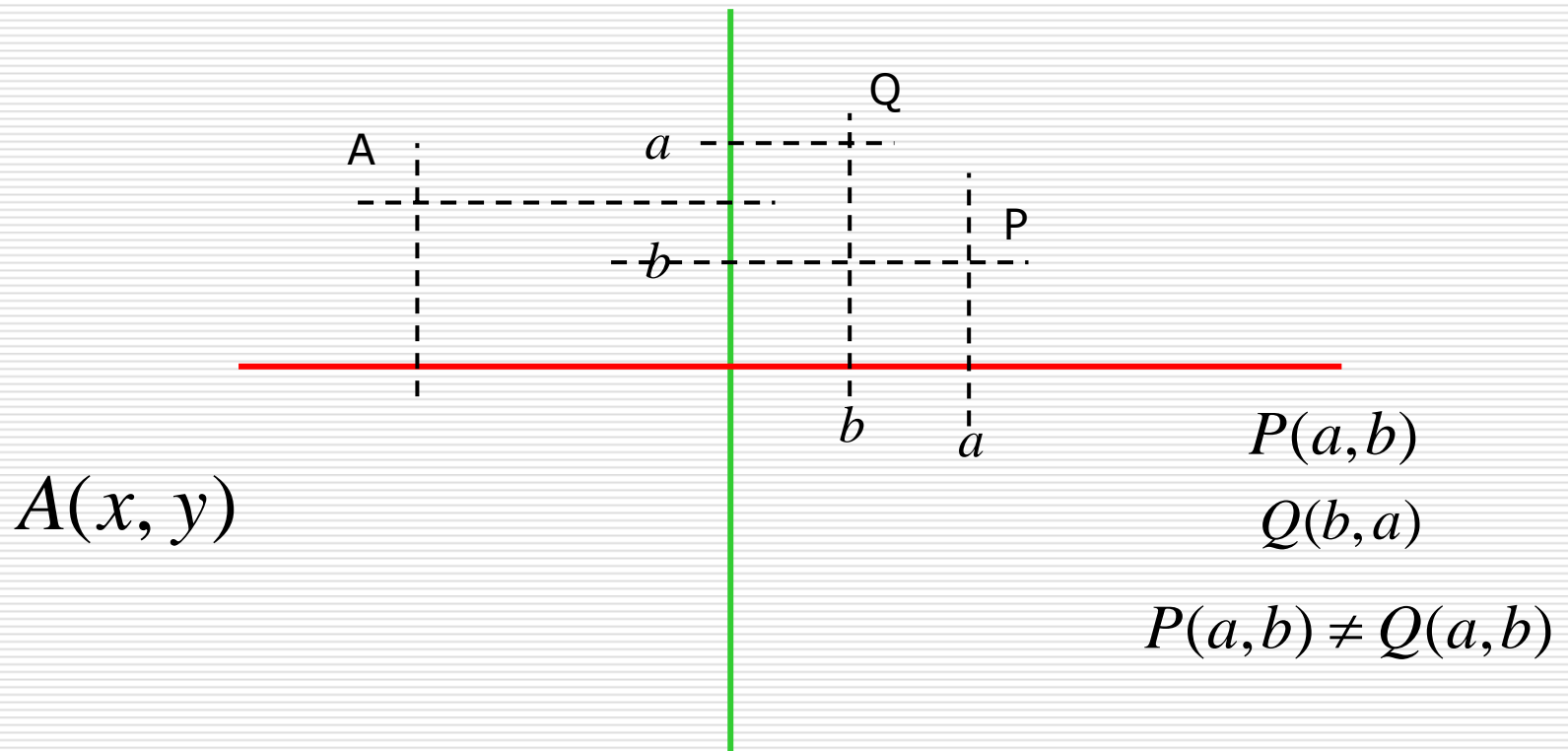
Q - skup racionalnih brojeva

R - skup realnih brojeva

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

DEKARTOVA RAVAN

$$R^2 = R \times R = \{(x, y) \mid x, y \in R\}$$



DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

Uređena n -torka elemenata $a_i \in A_i, i = 1, 2, \dots, n$,

označena sa (a_1, a_2, \dots, a_n)

je kolekcija n elemenata sa tačno utvrđenim poretkom; tačno se zna koji je prvi, koji je drugi element i.t.d.

Elementi a_1, a_2, \dots, a_n su redom prva, druga, . . . , n -ta komponenta uređene n -torke (a_1, a_2, \dots, a_n) .

DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

Dve uređene n -torke

(a_1, a_2, \dots, a_n) i (b_1, b_2, \dots, b_n) su međusobno jednake

ako i samo ako su im jednake odgovarajuće komponente, tj.

ako i samo ako je $a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2 \wedge \dots \wedge a_n = b_n$.

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) = (b_1, b_2, \dots, b_n) \Leftrightarrow a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2 \wedge \dots \wedge a_n = b_n$$

DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

Dekartov proizvod skupova A_1, A_2, \dots, A_n , u tom poretku, označen sa $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$, je skup koji se sastoji od svih uređenih n -torki (a_1, a_2, \dots, a_n) sa komponentama $a_i \in A_i, i = 1, 2, \dots, n$.

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n), a_i \in A_i, i = 1, 2, \dots, n\}$$

DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

Dekartov proizvod n međusobno jednakih skupova označava se

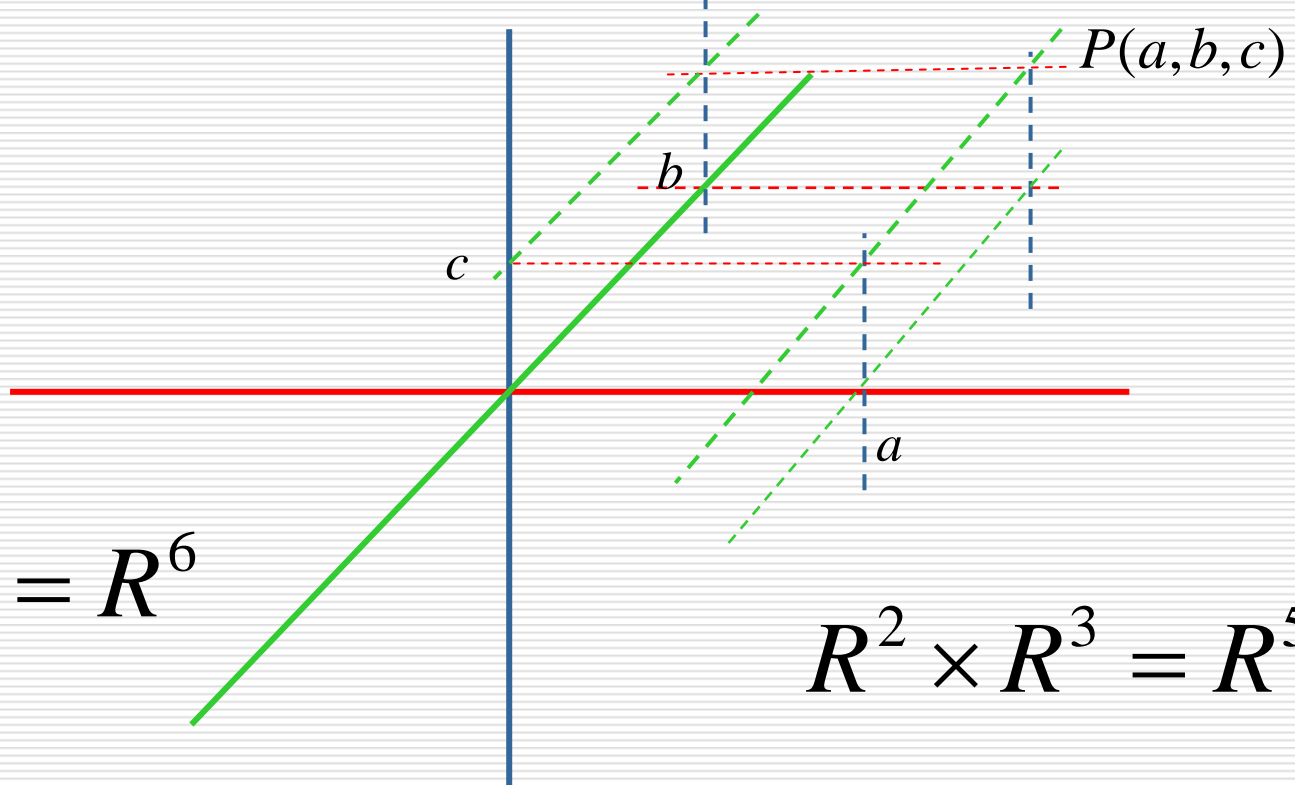
$$\text{sa } \underbrace{A \times A \dots \times A}_n = A^n$$

i naziva se ***n-tim Dekartovim stepenom skupa*** .

$$A^m \times A^n = A^{m+n}$$

EUKLIDSKI (trodimenzionalni) PROSTOR

$$R^3 = R \times R \times R = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in R\}$$



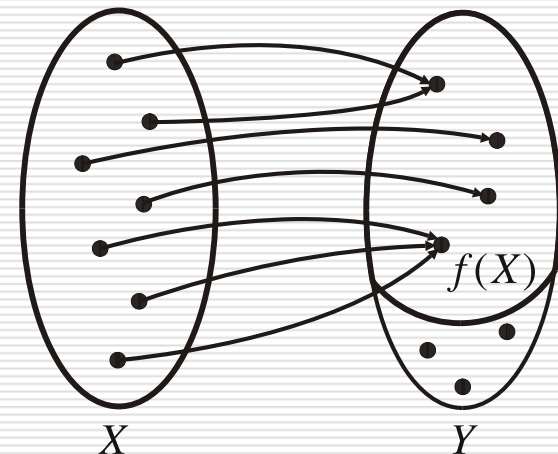
$$R^3 \times R^3 = R^6$$

$$R^2 \times R^3 = R^5$$

PRESLIKAVANJE (FUNKCIJA)

Neka su dati skupovi X i Y . Ako je svakom elementu $x \in X$ po nekom zakonu f dodeljen (pridružen) tačno jedan određen element $y \in Y$, kaže se da je f **funkcija** ili **preslikavanje** skupa X u skup Y i piše se

$$f: X \rightarrow Y$$



PRESLIKAVANJE (FUNKCIJA)

Funkcija $f: X \rightarrow Y$ se može zadati i opisati pomoću jednakosti

$$y = f(x), x \in X$$

kojom se svakoj pojedinačnoj vrednosti $x \in X$ dodeljuje

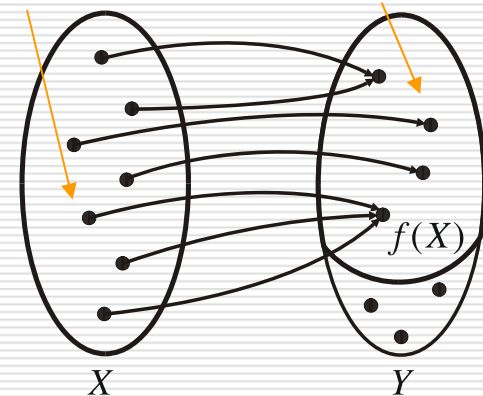
tačno jedna određena vrednost $y \in Y$.

Skup vrednosti funkcije $f: X \rightarrow Y$

$$f(X) = \{y \mid y = f(x), x \in X\} \subseteq Y$$

Oblast
definisaniosti

Skup vrednosti
funkcije $f: X \rightarrow Y$



PRESLIKAVANJE (FUNKCIJA)

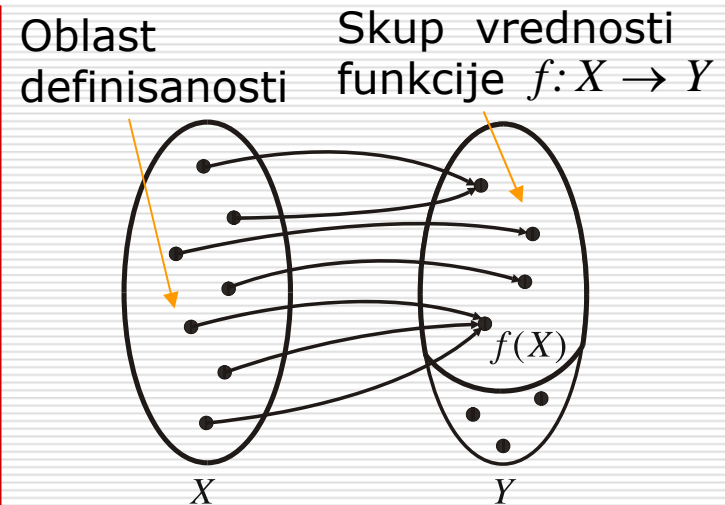
Skup vrednosti funkcije $f : X \rightarrow Y$

$$f(X) = \{y \mid y = f(x), x \in X\} \subseteq Y$$

Ako je

$$f(X) = Y$$

kaže se da funkcija f vrši
preslikavanje skupa X na skup Y

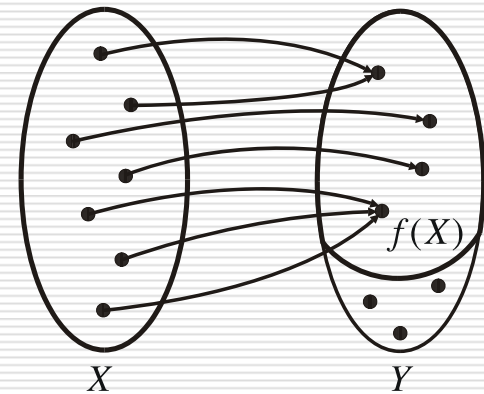


PRESLIKAVANJE (FUNKCIJA)

Jednoznačnost preslikavanja

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

$$f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2$$



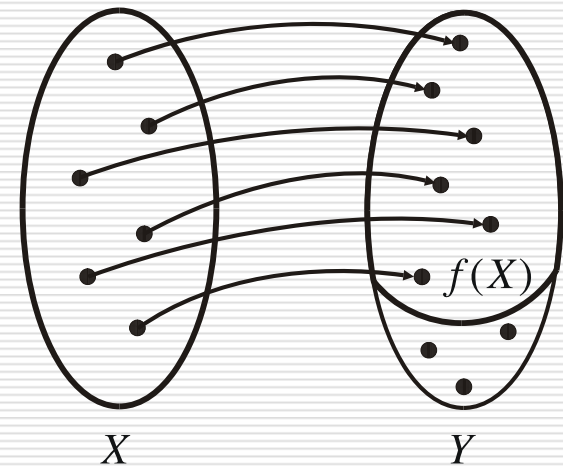
PRESLIKAVANJE (FUNKCIJA)

Ako važi obrnuta implikacija

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

odnosno

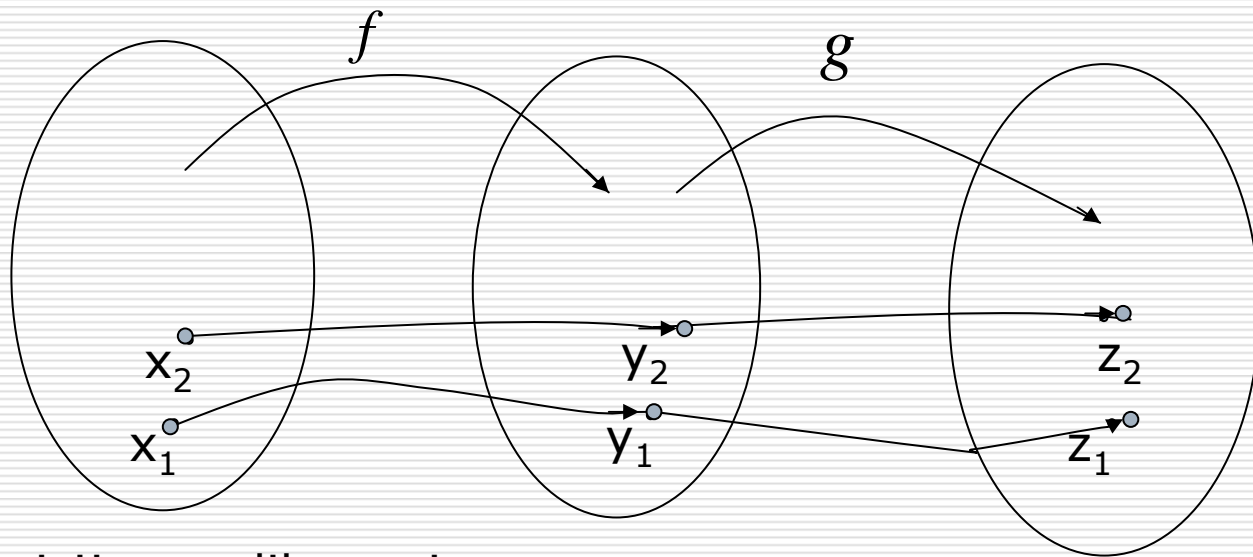
$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$



preslikavanje je obostrano jednoznačno i predstavlja uzajamnu biunivoku korespondenciju između skupova X i $f(X)$.

PRESLIKAVANJE (FUNKCIJA)

$$f: X \rightarrow Y \quad g: Y \rightarrow Z$$



Kompozicija preslikavanja

$$g \circ f(x) = g(f(x)) \quad g \circ f: X \rightarrow Z$$

PRESLIKAVANJE (FUNKCIJA)

$I: X \rightarrow X$ $I = I(x) = x$ Identično preslikavanje

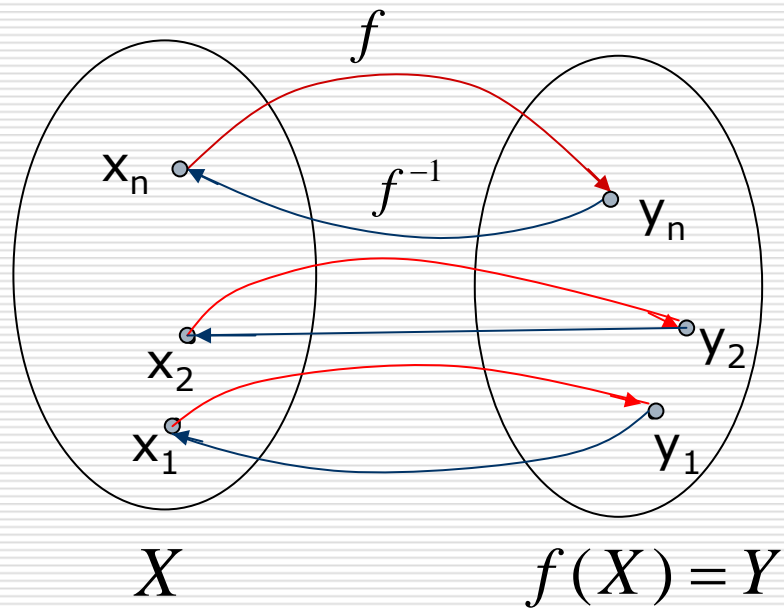
$f: X \rightarrow Y$ $f(X) = Y$

Ako postoji funkcija $f^{-1}: Y \rightarrow X$ takva da je

$$f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$$

funkcija f^{-1} je inverzna za funkciju f .

PRESLIKAVANJE (FUNKCIJA)

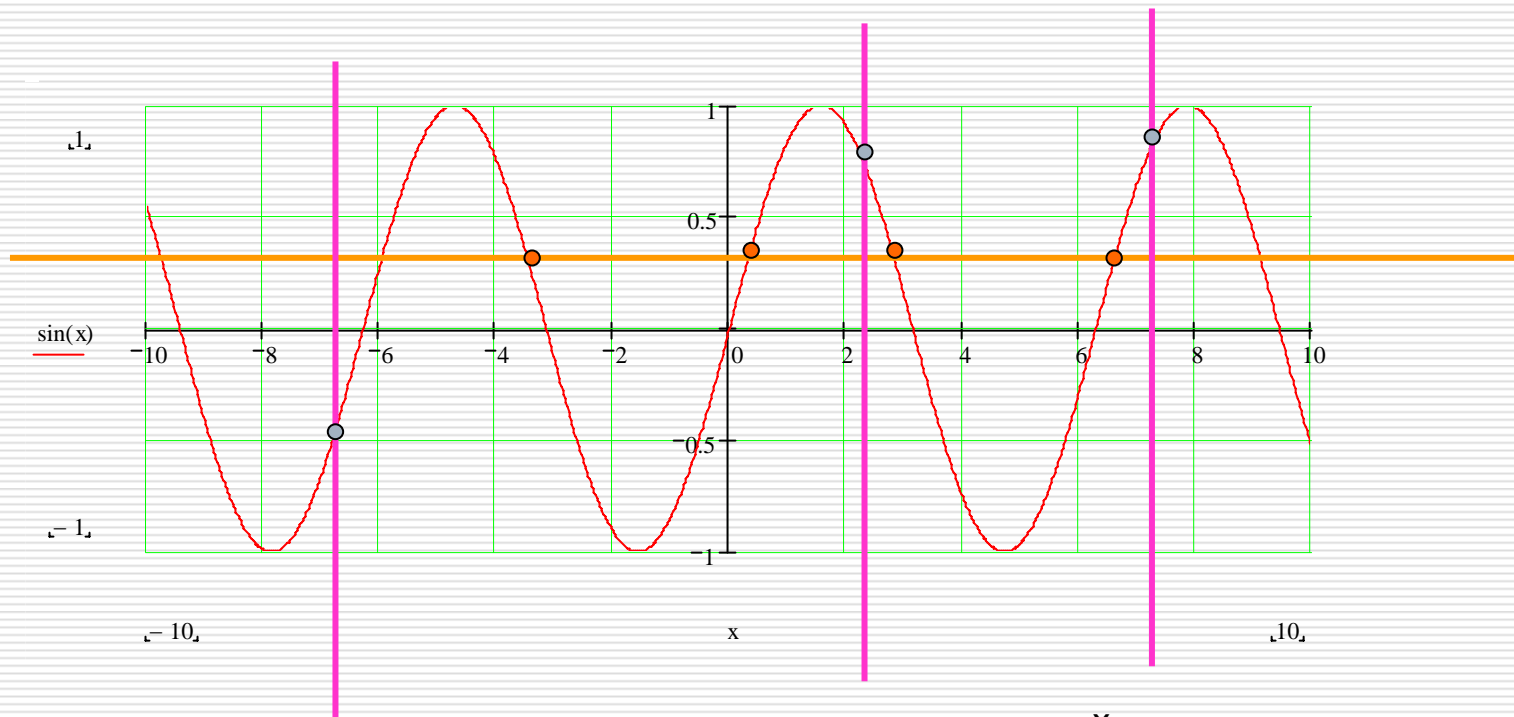


Inverzno preslikavanje

$$f \circ f^{-1}(x) = f^{-1}(f(x)) = x$$

PRIMERI PRESLIKAVANJA

$$y = f(x) = \sin x \quad f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(X) = [0,1] \quad (f : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1])$$



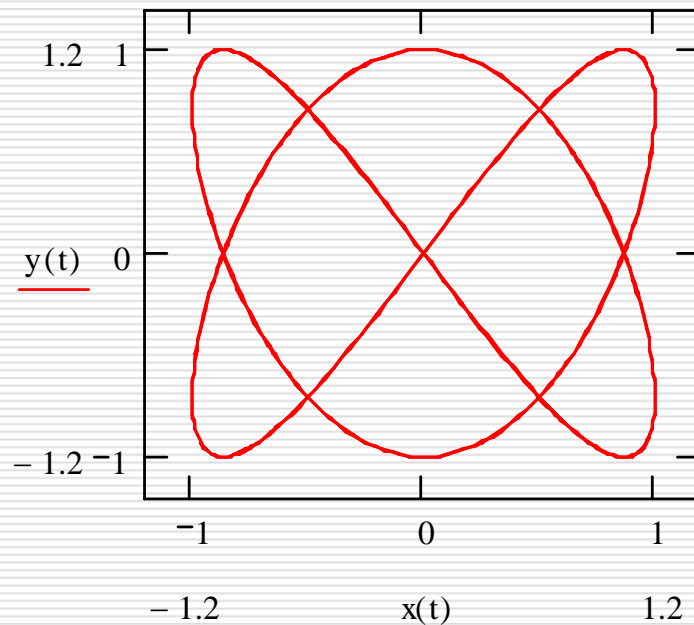
Diskusija inverzne funkcije

periodičnost

PRIMERI PRESLIKAVANJA

$$\begin{aligned}x(t) &= \sin(2t) \\ y(t) &= \sin(3t) \quad t \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

Parametric Curve



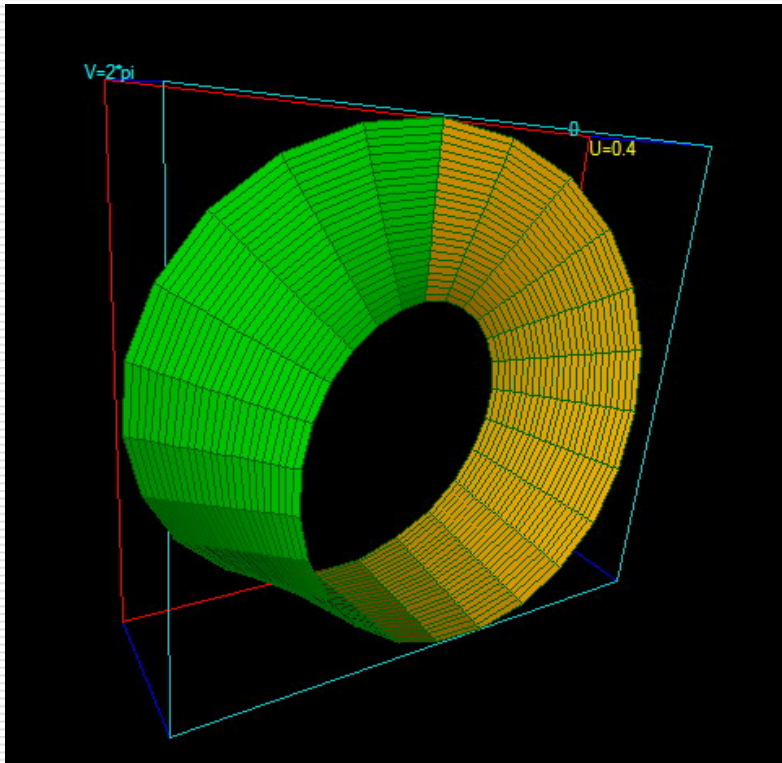
$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$t \in \mathbb{R}$$

$$t \rightarrow (x(t), y(t)) \in \mathbb{R}^2$$

PRIMERI PRESLIKAVANJA

Moebius



$$X = x(u, v) = \cos v + u \cos \frac{v}{2} \cos v$$

$$Y = y(u, v) = \sin v + u \cos \frac{v}{2} \sin v$$

$$Z = z(u, v) = u \sin \frac{v}{2}$$

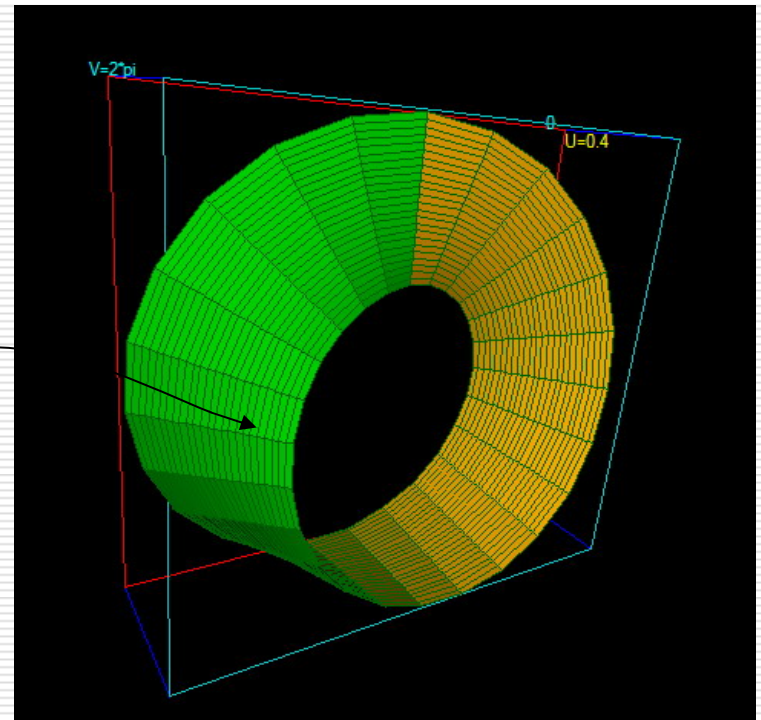
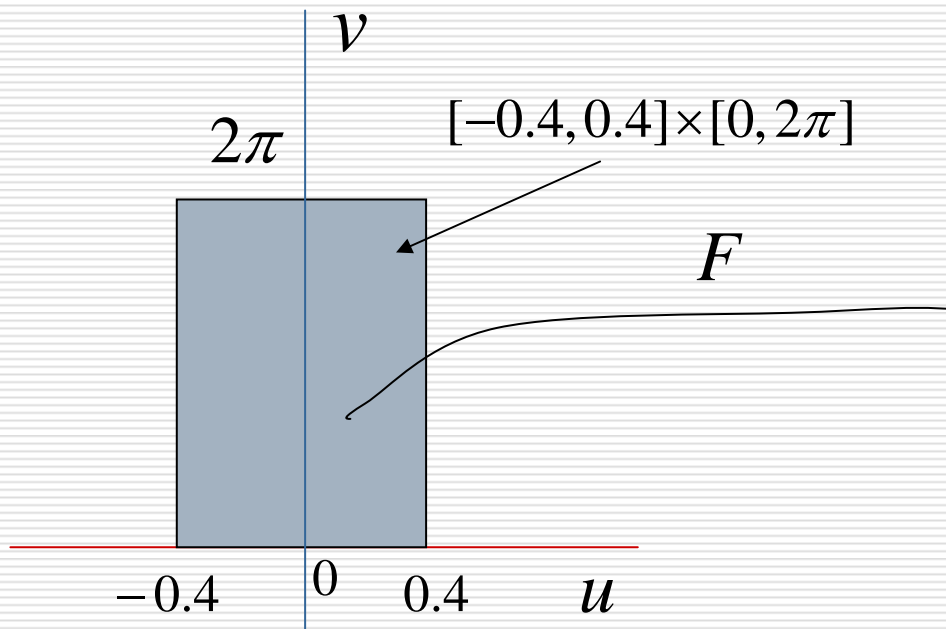
$$-0.4 \leq u \leq 0.4 \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

$$F : [-0.4, 0.4] \times [0, 2\pi] \rightarrow R^3$$

$$(u, v) \in [-0.4, 0.4] \times [0, 2\pi] \quad (u, v) \rightarrow (x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \in R^3$$

PRIMERI PRESLIKAVANJA

Moebius



$$F : [-0.4, 0.4] \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$$